

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

ОБЛАСТЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ – 23.02.2013 г.

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ТЕМАТА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – IX–X КЛАС

1 задача. В кратера Мьостинг. Вие сте на Луната, в средата на кратера Мьостинг, който се намира почти в центъра на видимия от Земята лунен диск. Кратерът има диаметър 26 км и височина на обграждащия го вал 2.8 км.

- **а.** Какво ще виждате в небето по време на лунната нощ? А по време на лунния ден?
- **б.** Опишете един слънчев изгрев. Помислете за необикновените детайли, които ще видите.
- **в.** Кога през лунната нощ за вас ще бъде най-тъмно? Отговорете само качествено.
- **г.** Има ли обстоятелства при които ще бъде по-тъмно от обикновената нощ? Опишете какво ще наблюдавате тогава. В коя част от денонощието може да се случи това?
- **д.** Направете подходящ чертеж в съответния мащаб и чрез измервания върху него определете колко ще продължава за вас лунният ден – интервалът между изгрева и залеза на центъра на видимия слънчев диск.

Приемете, че орбитите на Луната и Земята са кръгови и няма физически и оптически либрации.

Синодичният период на Луната е 29.5 денонощия.

Решение:

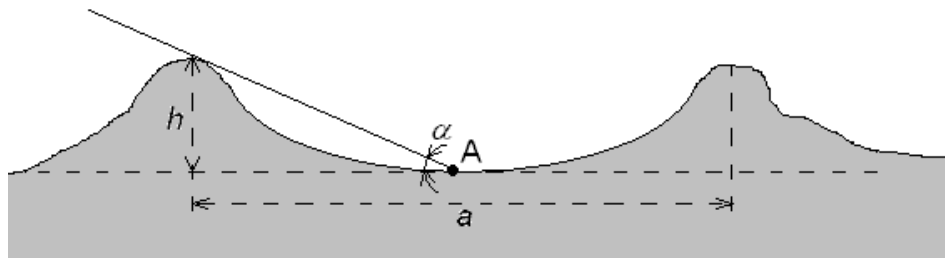
От центъра на видимия от Земята лунен диск ще виждаме в зенита самата Земя и при липса на либрации тя ще стои там във фиксирано положение. През нощта ще виждаме звездите и Земята, осветена от Слънцето. Ако не отчитаме по-късния слънчев изгрев и поранния залез поради височината на вала на кратера, нощта за нас ще продължава колкото половината от синодичния лунен месец, или около 15 земни денонощия. През това време Земята ще изменя своята фаза от първа четвърт през „пълноземие” до последна четвърт. „Пълноземието” ще бъде в момента на лунната полунощ. През деня отново ще се виждат звездите на фона на тъмно черно небе, защото на Луната няма въздух, който да разсейва слънчевата светлина. Ще виждаме Слънцето, което ще изгрява приблизително от изток и ще залязва приблизително на запад. Земята ще изменя своята фаза от последна четвърт през „новоземие” до първа четвърт. „Новоземието” ще бъде в момента на лунното пладне. Тогава Слънцето ще бъде на малко ъглово отстояние от Земята, а Земята ще е като съвсем тънък сърп.

Понеже няма разсейване на светлината от атмосферата, на Луната няма утринен или вечерен здрач. Небето е черно винаги. Малко преди изгрева на видимия слънчев диск над заобикалящия кратера вал ще се появи красивото сияние на слънчевата корона. Ние на Земята можем да я виждаме само при пълно слънчево затъмнение, но понеже на Луната няма въздух, тя ще се откроява много по-добре на тъмното небе и ще може да се различава на неговия фон до по-големи ъглови разстояния около Слънцето. Преди да видим Слънцето, то ще освети високите върхове от пръстеновидния вал на кратера, които ще блестят на фона на тъмното небе. Постепенно осветяването ще обхване цялата западна стена на кратера. Осветената част от вътрешността на кратера ще се увеличава и когато достигне до центъра на кратера, слънчевият диск ще започне да се показва над източния му ръб.

Най-яркото светило на лунното небе през нощта ще бъде Земята. В средата на нощта тя ще е в „пълноземие” и тогава ще бъде най-светло. Следователно най-тъмно по време на лунната нощ ще бъде малко преди изгрева на Слънцето сутрин или малко след залеза му вечер, когато Земята ще е близо до фаза последна или първа четвърт.

По-тъмно от обикновеното за лунната нощ може да стане, ако Луната навлезе в земната сянка. Тогава на Земята би се наблюдавало лунно затъмнение, а на Луната – слънчево затъмнение – Земята ще закрие Слънцето. Това може да се случи по време на лунното пладне – по средата на лунния ден. Интересното е, че при слънчево затъмнение за лунен наблюдател би било много по-тъмно, отколкото при слънчево затъмнение за земен наблюдател, понеже на Земята поради разсейването на слънчевата светлина в атмосферата, при слънчево затъмнение наистина притъмнява, но далеч не толкова, колкото може да е тъмно през нощта. *Най-тъмно ще бъде при най-тъмните лунни затъмнения, когато осветената от Слънцето атмосфера на Земята свети най-слабо.*

Начертаваме профил на кратера Мьостинг в подходящ мащаб съобразно неговия диаметър a и височината на вала h . Отбелязваме с точка А в центъра му нашето положение.



Ако се намирахме върху някоя обширна лунна равнина, то от изгрева до залеза на Слънцето за нас щеше да има половин лунно денонощие (без да отчитаме закривяването по земната орбита), т.е. половин синодичен лунен месец – $29.5 : 2 = 14.75$ земни денонощия. Слънцето ще изминава при своето видимо денонощно движение 180° по небето. Поради ограничението на вала, заобикалящ кратера, в неговия център изгревът на Слънцето за нас ще се случва малко по-късно, а залезът малко по-рано. Измерваме с транспортир ъгъла α и получаваме около 12° . Следователно за нас по небето от изгрев до залез центърът на слънчевия диск ще изминава $180^\circ - 2 \times 12^\circ = 156^\circ$. Времето от изгрева до залеза ще бъде:

$$14.75 \times \frac{156^\circ}{180^\circ} \approx 12.78 \text{ земни денонощия}$$

Критерии за оценяване (14 т.):

За описание и обяснение какво ще се вижда през лунния ден и лунната нощ – 3 т.

За описание на слънчев изгрев – 2 т.

За посочване и обяснение кога през лунната нощ ще е най-тъмно – 2 т.

За посочване на слънчевото затъмнение като време, когато ще е по-тъмно от обикновената нощ и обяснение – 2 т.

За правилен метод за определяне на времето от изгрева до залеза в кратера – 4 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

2 задача. Откритие. Съществуването на планетата Нептун е било теоретично предсказано от френския математик Урбен Льоверие. Много скоро след това откритието на планетата е било потвърдено от немския астроном Йохан Гале, който я е наблюдавал с телескоп на 23.IX.1846 г. На 12.VII.2011 г. се навърши една нептунианска година от това откритие (година за планетата Нептун). От 2011 г. досега, Нептун се наблюдава в съзвездиято Водолей.

Твърди се, че всъщност първият астроном, наблюдавал Нептун, е бил още Галилео Галилей. Това е станало на 23.I.1613 г., но Галилей не е могъл да забележи диска на Нептун

като планета със своя малък телескоп, а го е виждал само като светеща точка, неразличима от звездите.

- Определете периода на обикаляне на Нептун около Слънцето – нептунианската година.
- В кое съзвездие е бил Нептун, когато го е наблюдавал Галилео Галилей?

Решение:

От момента на първото наблюдение на Нептун на 23.IX.1846 г. до 23.IX.2010 г. са изминали $2010 - 1846 = 164$ години. От тях $164 : 4 = 41$ години би трябвало да са били високосни. Но 1900 г. не е била високосна съгласно правилото, въведено с Григорианския календар. Тоза уточнение, обаче, не е толкова важно, предвид точността, която се изисква за решаването на задачата. Следователно в тези 164 години се съдържат $164 \times 365 + 40 = 59900$ дни. До навършването на една нептунианска година на 12.VII.2011 г. са изминали още:

7 (септември) + 31 (октомври) + 30 (ноември) + 31 (декември) + 31 (януари) + 28 (февруари) +
31 (март) + 30 (април) + 31 (май) + 30 (юни) + 12 (юли) = 292 дни

Периодът на обикаляне на Нептун около Слънцето е $59900 + 292 = 60192 : 365.25 \approx 164.80$ год.

Щом сега и през 2011 г. Нептун се наблюдава в съзвездието Водолей, то и преди една нептунианска година, през 1846 г. той също се е наблюдавал в това съзвездие. Да пресметнем колко време назад от наблюдението на Йохан Гале е било направено наблюдението на Галилей. От 23.I.1613 г. до 23.IX.1846 г. са изминали $1846 - 1613 = 233$ год. и 8 месеца или приблизително 233.67 год. Този интервал представлява $233.67 : 164.80 \approx 1.42$ нептуниански години. Тъй като Нептун е значително по-далеч от Слънцето, отколкото Земята, то можем да считаме за целите на решението на тази задача, че от Земята Нептун ще се вижда проектиран на фона на същото зодиакално съзвездие, както и за наблюдател на Слънцето. За една нептунианска година проекцията на планетата Нептун, гледана от Слънцето, прави едно пълно пътешествие по зодиакалния кръг. Дробната част от 0.42 нептуниански години съответства приблизително на $12 \times 0.42 \approx 5$ зодиакални знака. Следователно, когато Галилей е наблюдавал Нептун, той трябва да се е виждал в съзвездие, което е с пет съзвездия назад по зодиакалния кръг от Водолей, или това е съзвездието Дева.

Критерии за оценяване (10 т.):

За правилен метод за определяне на орбиталния период на Нептун – 4 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За съобразяване, че за една нептунианска година Нептун видимо изминава пълн кръг по зодиака – 1 т.

За правилен начин на определяне на положението на Нептун при наблюдението на Галилей – 3 т.

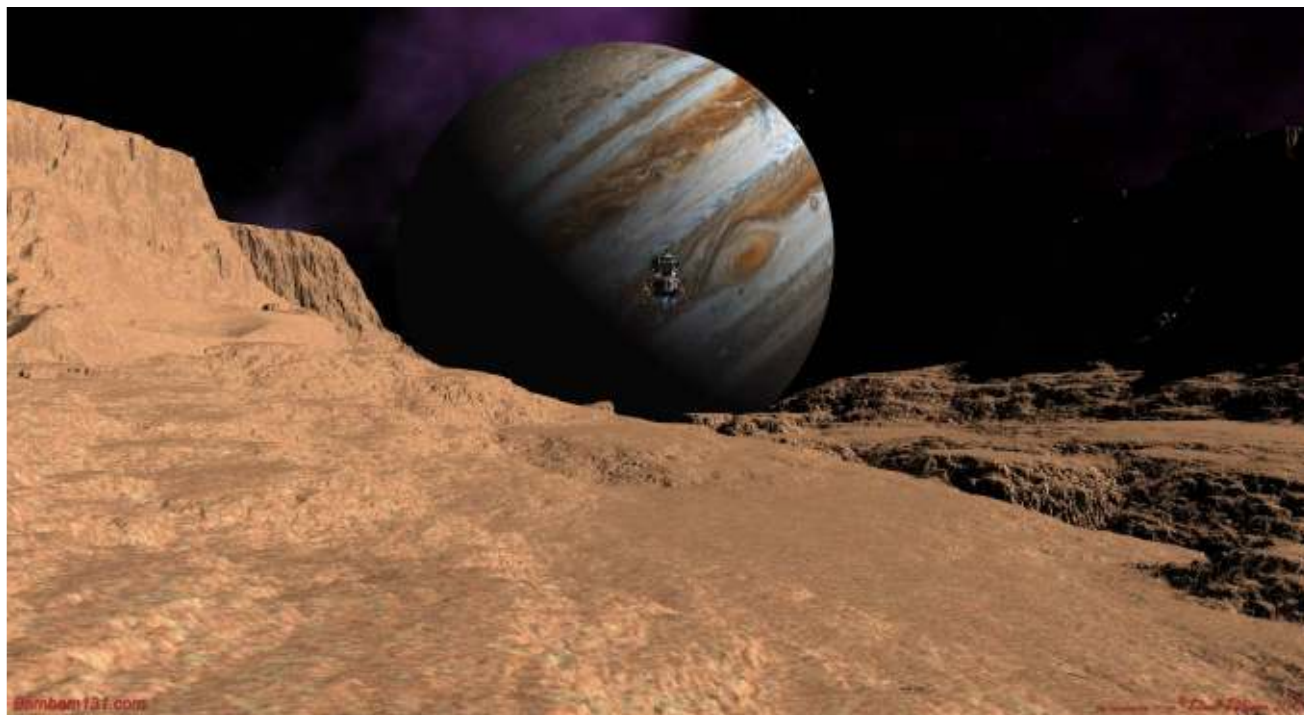
За правилно определяне на съзвездието – 1 т.

3 задача. Гледка от Калисто. Фантастичният пейзаж, който виждате, е от повърхността на Калисто – спътник на Юпитер (Фиг. 1). Представете си, че наистина сте там, като член на бъдеща междупланетна мисия, и имате шанса да се любувате отблизо на величествената планета гигант.

- **а.** В каква посока се вижда Юпитер относно повърхността на Калисто – север, юг, изток, запад?
- **б.** Как ще се изменя фазата на Юпитер, гледана от Калисто от този момент нататък?
- **в.** Ако въведем за Калисто координати, подобни на географските координати на Земята, то каква е приблизително вашата калистеанска ширина?

- г. Нека денонощието на Калисто разделим на 24 калистеански часа. Приблизително колко е часът за вас при това наблюдение по калистеанско време?

Имайте предвид, че подобно на Луната, Калисто винаги е обърнат към Юпитер с една и съща своя страна. Приемете, че Калисто се движи по кръгова орбита в екваториалната равнина на Юпитер и оста на спътника е перпендикулярна на тази равнина. Голямото червено петно се намира в южното полукълбо на Юпитер. Считайте, че широката страна на картината е успоредна на хоризонта за наблюдателя на Калисто.



Фиг. 1. Гледка от Калисто.

Решение:

Голямото Червено петно е в южното полукълбо на Юпитер. На картината то се вижда в долната половина на планетата. Следователно северният полюс на Юпитер е отгоре. Оста на въртене на спътника Калисто е перпендикулярна на екваториалната равнина на Юпитер, т.е. тя е успоредна на оста на Юпитер. Това означава, че нарисуваната гледка трябва да се вижда от северното полукълбо на Калисто. Приемаме, че облачните ивици на Юпитер са успоредни на неговия екватор. Тогава, както се вижда от картината, неговата ос е наклонена наляво. Оттук следва, че и за наблюдателя на гледката от Калисто посоката север е наляво. Така заключаваме, че гигантската планета се вижда в източна посока от даденото място на повърхността на спътника.

Промяната на фазата на Юпитер ще се определя от промяната в ъгъла между посоката, в която го наблюдаваме, и посоката на падащите върху планетата слънчеви лъчи. Промяната на гледната точка ще се определя от орбиталното движение на Калисто около Юпитер. Калисто, се върти в права посока, т.е. против часовниковата стрелка, гледано от север. Следователно гледната точка ще се променя така, че ще се вижда все по-голяма част от дневната страна на Юпитер и все по малка част от нощната страна на планетата. Юпитер ще се вижда като все по-изпълващ се светъл кръг. Така ще се променя неговата фаза.

Осите на Юпитер и Калисто са успоредни. Виждаме, че оста на Юпитер е наклонена под някакъв ъгъл към хоризонта. Измерваме с транспортир ъгъла между няколко от облачните

ивици на Юпитер и хоризонтални прави, успоредни на широката страна на картината. Получаваме средна стойност около 37° . Оттук намираме, че нашата калистеанска ширина трябва да бъде:

$$90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

Фазата на Юпитер, видима от Калисто е около първа четвърт. Калисто, подобно на нашата Луна, е винаги обърнат с една и съща страна към Юпитер. Това означава, че периодът на околоосно въртене на Калисто е равен на периода му на обикаляне около планетата. Следователно слънчевото денонощие на Калисто е равно на синодичния период на този спътник, а значи и на периода на смяна на фазите на Юпитер, гледани от спътника. От осветяването на Юпитер на картината се вижда, че за наблюдателя от Калисто Слънцето трябва да е приблизително на юг и значи там е около пладне, 12 часа по калистеанско време. Ако трябва да сме по-точни, имайки предвид, че фазата на Юпитер е съвсем малко след първа четвърт, то можем да кажем, че по калистеанско време е примерно около 12 ч. 30 мин.

Критерии за оценяване (12 т.):

За определяне в каква посока се вижда Юпитер и обяснение – 3 т.

За посочване и обяснение как ще се изменя фазата на Юпитер – 3 т.

За определяне на калистеанската ширина на мястото – 3 т.

За определяне колко е часът по калистеанско време и обяснение – 3 т.

4 задача. Проблем с енергията. Геостационарните спътници се движат по екваториални орбити с период, равен на периода на въртене на Земята. Така всеки от тях „виси“ над една и съща точка от земния екватор. Радиусът на орбитата на геостационарен спътник е приблизително 6.5 пъти по-голям от радиуса на Земята.

За да работи електрониката на геостационарен спътник, използван за телекомуникации, е необходим източник на електроенергия с мощност 10 киловата. Електроенергията се произвежда от слънчеви елементи. Част от нея се използва за зареждане на акумулаторна батерия, осигуряваща работата на спътника в интервалите от време, когато Земята закрива Слънцето.

- **а.** Кога през годината слънчевите затъмнения за спътника, причинени от Земята, ще са най-продължителни?

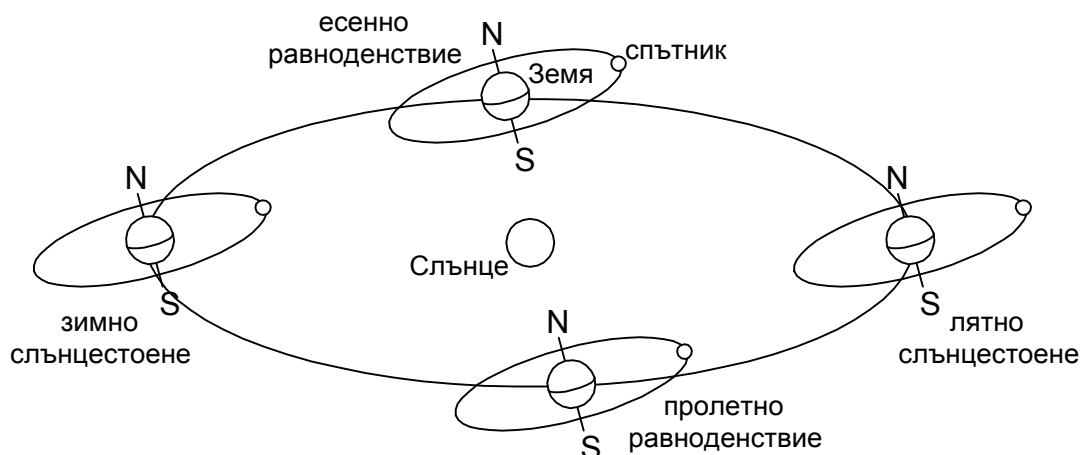
- **б.** Начертайте в подходящ мащаб земното кълбо и орбитата на спътника около него. Направете необходимите построения и измервания и определете продължителността на слънчево затъмнение, случващо се в такъв най-неблагоприятен период.

- **в.** В същия неблагоприятен период, през интервалите без затъмнение с каква мощност трябва да работят слънчевите елементи, за да обезпечават както работата на спътника, така и зареждането на батерията? Пресметнете приблизително, без да отчитате факта, че ще има и частични фази на датъмнението, т.е. считайте Слънцето за точков източник на светлина.

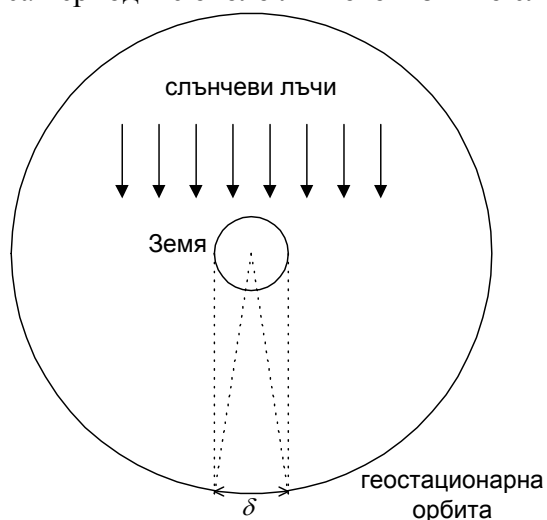
- **г.** Кога през годината затъмненията няма да са проблем за спътника? Отговорете само качествено.

Решение:

Геостационарният спътник се движи в екваториалната равнина на Земята. Поради наклона на земната ос, в различни периоди от годината затъмненията на спътника от Земята ще продължават различно.



Както се вижда от схемата, максимална продължителност ще имат затъмненията в периодите около пролетното и есенното равноденствие. Орбитата на спътника има голям радиус в сравнение с радиуса на Земята. Ето защо, ще има периоди от годината, когато през целия си орбитален период спътникът няма да попаде в земната сянка и затъмнения няма да има. Тогава няма да има и проблем с електроснабдяването пряко от слънчевите елементи. Това са периодите около лятното и зимно слънцестоене.



Пренебрегваме факта, че земната сянка има форма на конус и се стеснява с отдалечаване от Земята. Считаме сянката за цилиндрична. За да има максимална продължителност на затъмнението от Земята спътникът трябва да мине не по хорда, а по диаметъра на земната сянка. Начертаваме в съответния мащаб Земята и орбитата на спътника. Измерваме с транспортир ъгъла δ , съответстващ на затъмнения сектор от орбитата на спътника, и получаваме приблизително 17.5° . По принцип орбиталният период на геостационарен спътник е равен на периода на околоосно въртене на Земята, т.е. на звездното денонощие – 23 ч. 56 м. Приемаме, че попадането на спътника в сянката на Земята става през период от 24 часа.

Продължителността на затъмнението ще бъде:

$$\Delta t = 24^h \times \frac{17.5^\circ}{360^\circ} \approx 1.17^h = 1^h 10^{\text{min}}$$

Слънчевите елементи ще могат да произвеждат електроенергия през останалата част от периода, която е $\Delta T = 24^h - 1.17^h = 22.83^h$. Електрониката на спътника се нуждае от източник на енергия с мощност $P = 10 \text{ kW}$. За цялото време на затъмнението необходимата енергия ще бъде:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

Слънчевите елементи трябва да произведат тази енергия в интервала без затъмнение, за да се зареди батерията. Следователно през този период елементите ще трябва да работят с мощност:

$$P' = P + \frac{\Delta E}{\Delta T} = P \left(1 + \frac{\Delta t}{\Delta T} \right)$$

$$P' \approx 10.5 \text{ kW}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.)

За посочване на периодите с най-продължителни затъмнения и обяснение – 2 т.

За построяване на схема и правилен начин за определяне на продължителността на затъмнението – 3 т..

За верен числен отговор – 1 т.

За правилен математически метод за определяне на мощността в интервалите без затъмнение – 3 т.

За вярно числено пресмятане на мощността – 1 т.

За правилно обяснение дали и кога ще има периоди без затъмнения – 2 т.

5 задача. Два кораба. Два космически кораба се изстрелват едновременно от едно и също място на земния екватор и тръгват по кръгови екваториални орбити с период 99 минути в две противоположни посоки.

- **б.** Първият кораб каца на Земята, след като е направил 26 обиколки около нея, а вторият – след като е направил 27 обиколки. Определете на какво разстояние от мястото на изстрелване каца първият кораб.

- **в.** Определете разстоянието между местата на кацане на двата кораба.

Приемаме, че орбитите на корабите се различават съвсем незначително, колкото двата кораба, движещи се в противоположни посоки, да не се сблъскват при срещите си.

Екваториалният радиус на Земята е 6378 км.

Решение:

Да пресметнем интервала от време, през който първият кораб лети около Земята:

$$t_1 = 26 \times 99^{\text{min}} = 2574^{\text{min}} = 42.9^{\text{h}}$$

Орбиталното движение на кораба е независимо от околоосното въртене на Земята, което става с период $T = 23^{\text{h}} 56^{\text{min}} = 1436^{\text{min}}$. Следователно за определяне на мястото на кацане на кораба посоката на неговото движение по екваториалната му орбита няма значение. Единствено значение има продължителността на полета му.. Можем да определим ъгъла, на който се е завъртяла Земята за времето на полета на кораба:

$$\alpha = 360^\circ \times \frac{t_1}{T}$$

$$\alpha \approx 645.29^\circ = 360^\circ + 285.29^\circ$$

За времето на полета на кораба Земята е направила едно пълно завъртане около оста си плюс още завъртане на ъгъл 285.29° . Земята се върти от запад на изток, което значи, че корабът е кацнал в точка, отстояща на 285.29° западно от точката на излитане. Всъщност по-удобно е да считаме, че точката на кацане е на $360^\circ - 285.29^\circ = 74.71^\circ$ източно от точката на излитане. Това съответства на разстояние:

$$x = 2\pi R \times \frac{74.71^\circ}{360^\circ} \approx 8317 \text{ км}$$

където R е земният радиус.

Вторият кораб е направил една обиколка повече и значи е летял с 99 минути по-дълго от първия. За това време Земята се е завъртяла още на ъгъл:

$$\Delta\alpha = 360^\circ \times \frac{99^{\text{min}}}{T} \approx 24.82^\circ$$

Това отговаря на разстояние:

$$\Delta x = 2\pi R * \frac{24.82^\circ}{360^\circ} \approx 2763 \text{ км}$$

Вторият кораб е кацнал на разстояние 2763 км западно от точката на кацане на първия кораб.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За разбиране на факта, че орбиталното движение на корабите не зависи от въртенето на Земята и разстоянията между стартовата точка и точката на приземяване зависи само от времето на полета - 2 т.

За правилна математическа постановка на решението за точката на кацане на първия кораб – 5 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За правилен начин за определяне на разстоянието между точките на кацане на двата кораба – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.